

С.В. БУЛАШЕВ

**СТАТИСТИКА
ДЛЯ
ТРЕЙДЕРОВ**

ББК 60.6
Б 91

Булашев С.В.
Б 91 Статистика для трейдеров. -М.: Компания Спутник+,
2003. - 245с.

ISBN 5-93406-577-7

В этой книге сделана попытка систематизированно рассмотреть практические методы статистики применительно к финансам. Наибольший интерес данная книга может представлять для трейдеров/портфельных менеджеров, то есть специалистов, принимающих самостоятельные решения на финансовых рынках в условиях неопределенности, а также для студентов экономических и финансовых вузов. Изложение материала начинается с базовых понятий, и постепенно переходит к достаточно сложным методам, применяющимся при анализе инвестиционных рисков. В книге содержится большое количество практических алгоритмов вычисления и оптимизации различных финансовых стохастических переменных.

ББК 60.6

ISBN 5-93406-577-7

© Булашев С.В., 2003

	ПРЕДИСЛОВИЕ	10
1.	ВЕРОЯТНОСТНОЕ ОПИСАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН	13
1.1.	Введение.	13
1.2.	Случайное событие. Вероятность.	13
1.3.	Случайная величина.	14
1.4.	Законы распределения случайной величины.	15
1.5.	Показатели центра распределения.	16
1.6.	Моменты распределения.	17
1.7.	Показатели меры рассеяния.	18
1.8.	Показатели формы распределения - коэффициент асимметрии.	21
1.9.	Показатели формы распределения - эксцесс.	23
1.10.	Плотность распределения функции от случайной величины.	24
1.11.	Математическое ожидание функции от случайной величины.	26
1.12.	Линейное преобразование случайной величины.	27
1.13.	Общие свойства случайных величин с произвольным законом распределения.	28
2.	АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН	30
2.1.	Введение.	30
2.2.	Биномиальное распределение.	30
2.3.	Распределение Пуассона.	32
2.4.	Равномерное распределение.	33
2.5.	Нормальное распределение.	34
2.6.	Логнормальное распределение.	37
2.7.	Распределение Лапласа.	38

2.8.	Распределение Коши.	39
2.9.	Распределение Парето.	40
2.10.	Обобщенное экспоненциальное распределение.	41
2.11.	Поиск интегральной функции распределения путем численного интегрирования плотности распределения.	43
2.12.	Поиск интегральной функции распределения путем разложения плотности распределения в ряд с последующим аналитическим интегрированием этого ряда.	46
2.13.	Моделирование с помощью равномерного распределения случайных чисел с произвольной плотностью распределения.	48
	Приложение 2.1. Гамма-функция Эйлера.	51
3.	СПЕЦИАЛЬНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	53
3.1.	t-распределение Стьюдента.	53
3.2.	χ^2 -распределение.	55
3.3.	F-распределение.	57
4.	ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ВЫБОРКЕ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ	59
4.1.	Введение.	59
4.2.	Оценки центра распределения.	59
4.3.	Оценка дисперсии и среднеквадратичного отклонения.	62
4.4.	Оценка коэффициента асимметрии и эксцесса.	62
4.5.	Исключение промахов из выборки.	63
5.	СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ	65
5.1.	Введение.	65
5.2.	Выборочное распределение выборочной средней.	65

5.3.	Доверительный интервал для генеральной средней.	66
5.4.	Выборочное распределение выборочной дисперсии.	67
5.5.	Доверительный интервал для генеральной дисперсии.	68
5.6.	Статистическая проверка гипотез.	69
5.7.	Проверка гипотез о величине генеральной средней.	70
5.8.	Проверка гипотез о величине генеральной дисперсии.	74
6.	ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ	79
6.1.	Введение.	79
6.2.	Группировка данных. Оптимальное число интервалов группировки.	79
6.3.	Построение гистограммы распределения.	81
6.4.	Гистограмма логарифмов относительных изменений индекса РТС.	84
6.5.	Использование критериев согласия при идентификации закона распределения случайной величины.	87
7.	КОРРЕЛЯЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН	91
7.1.	Введение.	91
7.2.	Функция регрессии.	91
7.3.	Линейная корреляция.	93
7.4.	Коэффициент корреляции. Ковариация.	95
7.5.	Математическое ожидание и дисперсия линейной комбинации случайных величин.	96
7.6.	Оценка ковариации и коэффициента корреляции по выборке случайных величин.	97
7.7.	Оценка коэффициентов линейной регрессии по выборке случайных величин.	99
7.8.	Линейная регрессия как наилучшая оценка по методу наименьших квадратов.	99

8.	РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ	101
8.1.	Введение.	101
8.2.	Выбор вида математической модели.	101
8.3.	Расчет параметров математической модели.	103
8.4.	Сущность метода наименьших квадратов.	105
8.5.	Свойства ошибок метода наименьших квадратов.	106
8.6.	Оценка параметров однофакторной линейной регрессии.	107
8.7.	Коэффициент детерминации.	110
8.8.	Необратимость решений МНК.	114
8.9.	Статистические выводы о величине параметров однофакторной линейной регрессии.	115
8.10.	Статистические выводы о величине коэффициента детерминации.	118
8.11.	Полоса неопределенности однофакторной линейной регрессии.	120
8.12.	Прогнозирование на основе однофакторной линейной регрессии.	121
8.13.	Проверка допущений МНК.	122
8.14.	Сведение нелинейной функциональной зависимости к линейной путем преобразования данных.	128
8.15.	Функция регрессии как комбинация нескольких функций.	130
9.	АНАЛИЗ ФУРЬЕ	132
9.1.	Введение.	132
9.2.	Численный анализ Фурье.	132
9.3.	Амплитудно-частотная характеристика.	133
9.4.	Пример выделения основной гармоники с помощью анализа Фурье.	134

10.	ПРИМЕНЕНИЕ МНК ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ	138
10.1.	Введение.	138
10.2.	Модель динамики цен активов.	139
10.3.	Определение тренда.	141
10.4.	Статистические выводы о величине параметров регрессии.	145
10.5.	Полоса неопределенности рассеяния эмпирических данных относительно линии регрессии.	147
10.6.	Проверка допущений МНК.	148
11.	СГЛАЖИВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ	155
11.1.	Введение.	155
11.2.	Типы скользящих средних.	155
11.3.	Простая скользящая средняя.	156
11.4.	Взвешенная скользящая средняя.	156
11.5.	Экспоненциальная скользящая средняя.	157
11.6.	Точки пересечения экспоненциально сглаженных кривых.	160
11.7.	Выбор величины показательного процента для экспоненциальной скользящей средней.	161
11.8.	Экспоненциальная скользящая средняя с переменным показательным процентом.	162
11.9.	Дисперсия скользящих средних.	162
12.	АДАПТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ	165
12.1.	Введение.	165
12.2.	Адаптивное моделирование линейного тренда с помощью экспоненциальных скользящих средних.	165
12.3.	Адаптивное моделирование параболического тренда	169

	с помощью экспоненциальных скользящих средних.	
12.4.	Выбор величины показательного процента при адаптивном моделировании.	173
12.5.	Адаптивное моделирование с переменным показательным процентом.	174
13.	МЕХАНИЧЕСКИЕ ТОРГОВЫЕ СИСТЕМЫ	176
13.1.	Введение.	176
13.2.	Механический и интуитивный подход к торговле.	177
13.3.	Свойства МТС.	178
13.4.	Минимальное число сделок.	180
13.5.	Тестирование МТС.	182
13.6.	Отчет о величине торгового счета.	182
13.7.	Сгруппированный отчет о величине торгового счета.	183
13.8.	Отчет о сделках.	184
13.9.	Сводный отчет.	187
13.10.	Математическое ожидание дохода сделки.	192
13.11.	Кумулятивная кривая дохода сделок.	196
13.12.	Вероятность получения убытка в серии последовательных сделок.	197
13.13.	Вероятность разорения в серии последовательных сделок.	201
14.	УПРАВЛЕНИЕ КАПИТАЛОМ	204
14.1.	Введение.	204
14.2.	Ограничение суммы убытка в сделке.	204
14.3.	Ограничение процента убытка в сделке.	205
14.4.	Максимизация средней величины дохода МТС.	206
14.5.	Оптимизация соотношения дохода и риска МТС.	211
14.6.	Анализ соотношения скользящих средних от кумуля	214

тивной кривой дохода сделок.	
14.7. Критерий серий.	216
14.8. Увеличение объема выигрывающей позиции.	218
15. УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ ПОРТФЕЛЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА КОВАРИАЦИЙ АКТИВОВ	222
15.1. Введение.	222
15.2. Корреляция активов и риск портфеля.	222
15.3. Понижение риска портфеля. Диверсификация.	223
15.4. Граница эффективности.	226
15.5. Постановка задачи по оптимизации портфеля.	229
15.6. Введение ограничений на состав и веса активов в портфеле (лимитов).	230
15.7. Численное решение задачи оптимизации портфеля с учетом лимитов методом Монте-Карло.	231
16. УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ ПОРТФЕЛЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА КВАНТИЛЬНЫХ МЕР РИСКА	236
16.1. Введение.	236
16.2. Понятие Value-at-risk и Shortfall-at-risk	237
16.3. Вычисление Value-at-risk и Shortfall-at-risk	239
16.4. Оптимизация портфеля с учетом Value-at-risk и Shortfall-at-risk.	243
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	244

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние годы значительно увеличилось количество людей, сфера деятельности которых связана с работой на финансовых рынках. Для этих специалистов необходимо хорошее знание основ теории вероятности и математической статистики, так как результаты решения об инвестировании в различные финансовые инструменты (активы) всегда имеют ту или иную степень неопределенности. В этой книге сделана попытка систематизированно рассмотреть практические методы статистики применительно к финансам. Наибольший интерес данная книга может представлять для трейдеров/портфельных менеджеров, то есть специалистов, принимающих самостоятельные решения на финансовых рынках в условиях неопределенности. Изложение материала начинается с базовых понятий, и постепенно переходит к достаточно сложным методам, применяющимся при анализе инвестиционных рисков. В книге содержится большое количество практических алгоритмов вычисления и оптимизации различных финансовых стохастических переменных.

Данная книга состоит из 16-ти глав.

В 1-й главе рассмотрено понятие вероятности, случайного события, случайной величины, дано определение закона распределения случайной величины, а также изучены основные параметры законов распределения, такие как показатели центра распределения, показатели меры рассеяния, показатели формы распределения.

Во 2-й главе рассказано о наиболее употребительных законах распределения случайных величин и основных параметрах этих законов. Даны методы поиска функции распределения вероятности случайной величины в случае неинтегрируемой плотности вероятности, а также алгоритмы получения последовательностей случайных величин с произвольным законом распределения, что необходимо при моделировании случайных процессов.

В 3-й главе изучены специальные распределения вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез и при определении доверительных интервалов для случайных величин.

4-я глава посвящена методам оценки по эмпирической выборке параметров распределения случайной величины, указаны формулы для оценки центра распределения, дисперсии и показателей формы распределения, а также практические приемы удаления аномальных значений (промахов) из выборки.

В 5-й главе рассказано о методах проверки статистических гипотез и методах определения доверительных интервалов для случайных величин.

6-я глава посвящена вопросу о том, как по эмпирической выборке идентифицировать закон распределения случайной величины. Подробно рассмотрена проблема группировки данных, то есть расчет оптимального количества интервалов группировки и оптимальной ширины интервала, а также построения по сгруппированным данным гистограммы распределения таким образом, чтобы максимально возможное сглаживание случайного шума сочеталось с минимальным искажением от сглаживания самого распределения.

В 7-й главе рассмотрено понятие линейной корреляционной связи между случайными величинами.

8-я глава посвящена изучению регрессионного анализа, то есть методам расчета параметров математической модели, связывающей различные стохастические переменные.

В 9-й главе излагается метод аппроксимации эмпирической зависимости тригонометрическим рядом Фурье. Даны формулы, позволяющие по реальной выборке вычислить коэффициенты Фурье, амплитуду и фазу гармоник. Рассказано, как строится амплитудно-частотная характеристика разложения, и как она используется для выделения гармоник с максимальной амплитудой.

В 10-й главе рассмотрено применение регрессионного анализа при изучении динамических (временных) рядов.

В 11-й главе рассказано о методах сглаживания динамических рядов, базирующихся на расчете скользящих средних. Рассмотрены различные типы скользящих средних и даны их сравнительные характеристики.

В 12-й главе изучены методы адаптивного моделирования динамических рядов, которые основаны на экспоненциальном сглаживании (экспоненциальной скользящей средней). Преимуществом этих методов является учет временной ценности данных и, следовательно, постоянное адаптирование к изменяющимся уровням динамического ряда, что имеет решающее значение при моделировании и прогнозировании волатильных рядов.

13-я глава посвящена механическим торговым системам, то есть алгоритмам, которые формализуют правила открытия и закрытия позиций в биржевой торговле. Подробно рассмотрены отчеты о работе торговой системы и даны практические рекомендации о том, как по величине, разбросу и устойчивости показателей системы сделать вывод о ее качестве.

14-я глава является продолжением предыдущей. В ней изучены алгоритмы вычисления доли участвующего в конкретной сделке капитала, которые максимизируют показатели динамики торгового счета.

В 15-й главе рассматриваются вопросы, связанные с оптимизацией портфеля активов. Изучается влияние корреляции между отдельными парами активов на общий риск портфеля, при этом в качестве меры риска принимается дисперсия (или среднеквадратичное отклонение). Рассказано о том, что такое эффективная диверсификация и как общий риск портфеля, составленного из произвольного количества активов, можно разделить на несистематический (диверсифицируемый) риск и рыночный (не диверсифицируемый) риск. Поставлена задача по оптимизации портфеля с учетом ограничений на состав и веса активов в портфеле (лимитов), и приведен алгоритм поиска решений этой задачи методом Монте-Карло.

16-я глава посвящена изучению квантильных мер риска портфеля из произвольного количества активов и управления риском портфеля на основе их анализа.

Все замечания по содержанию и оформлению книги просьба направлять автору по адресу ilion@online.ru

1. ВЕРОЯТНОСТНОЕ ОПИСАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

1.1. Введение.

Теория вероятностей играет значительную роль во многих областях человеческой деятельности, в том числе в финансах. Это связано с тем, что результаты решения об инвестировании в финансовые инструменты (активы) всегда имеют ту или иную степень неопределенности.

В биржевых торгах по различным активам принимают участие большое количество инвесторов и спекулянтов. Каждый из участников имеет свое представление о том, куда движется рынок, у каждого из них свой горизонт инвестирования и своя технология работы на рынке. Из-за столкновения интересов большого количества людей цены активов приобретают случайный характер. Следствием этого является невозможность точного предсказания будущей цены. Прогноз становится возможным только в вероятностном смысле.

С другой стороны, результаты инвестирования в инструменты с фиксированной доходностью также являются неопределенными из-за того, что существует риск невыполнения эмитентом (заемщиком) своих обязательств.

В этой главе мы рассмотрим на качественном уровне понятие вероятности, случайного события, случайной величины, дадим определение закона распределения случайной величины. Далее будут изучены основные параметры законов распределения, такие как показатели центра распределения, показатели меры рассеяния, показатели формы распределения.

1.2. Случайное событие. Вероятность.

Случайным событием называется такое событие, которое может как произойти, так и не произойти при соблюдении определенного комплекса условий. Будем предполагать, что указанный комплекс условий может быть воспроизведен неограниченное количество раз. *Испытанием* будем называть каждое осуществление этого комплекса условий.

Относительной частотой случайного события называется отношение количества случаев появления этого события M к общему числу проведенных испытаний N .

Опыт показывает, что при многократном повторении испытаний относительная частота M/N случайного события обладает устойчивостью. В разных достаточно длинных сериях испытаний относительные частоты случайного события группируются вокруг некоторого определенного числа. Устойчивость относительной частоты может быть объяснена как проявление объективного свойства случайного события, которое заключается в существовании определенной степени его возможности.

Таким образом, степень возможности случайного события можно описать числом. Это число называется *вероятностью случайного события*. Именно вокруг вероятности группируются относительные частоты данного случайного события. Относительная частота и вероятность случайного события являются безразмерными величинами, которые могут принимать значения от 0 до 1. Вероятность является первичным, базовым понятием, и в общем случае ее нельзя определить через более простые термины.

1.3. Случайная величина.

Случайной величиной называется такая величина, которая принимает те или иные значения с определенными вероятностями. Случайные величины могут быть дискретными и непрерывными.

Дискретной случайной величиной называется такая величина, все возможные значения которой образуют конечную или бесконечную последовательность чисел (x_1, x_2, \dots, x_n) и принятие ей каждого из указанных значений есть случайное событие, характеризующееся соответствующей вероятностью (p_1, p_2, \dots, p_n) . При этом должно соблюдаться условие нормирования, то есть $\sum_n p_n = 1$.

Непрерывной случайной величиной называется такая величина, все возможные значения которой целиком заполняют некоторый промежуток и попадание в любой интервал (x_1, x_2)



Lituz.com

**To'liq qismini
Shu tugmani
bosish orqali
sotib oling!**